UNIVERZITET U BEOGRADU – ELEKTROTEHNIČKI FAKULTET
KATEDRA ZA ELEKTRONIKU

DIGITALNA ELEKTRONIKA 1

Materijali za računske vežbe

SINTEZA KOMBINACIONIH MREŽA POMOĆU KOLA NISKOG STEPENA INTEGRACIJE I STATIČKI HAZARDI

Vežbe 1

Pripremio:
Haris Turkmanović (haris@etf.bg.ac.rs)

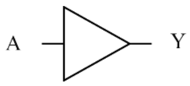
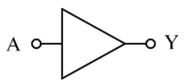
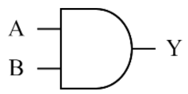
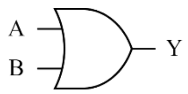
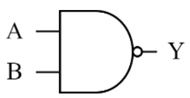
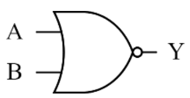
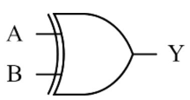
Beograd 2022

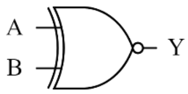
Sadržaj

1. Uvod

U okviru prvog dela ovih računskih vežbi obrađivaćemo praktične primere vezane za sintezu kombinacionih mreža korišćenjem kola niskog stepena integracije. Pod kolima niskog stepena integracija, za potrebe ovog kursa, podrazumevaćemo grupu osnovnih logičkih kola predstavljenih u tabeli 1.

Tabela 1 - Pregled osnovnih logičkih kola

Naziv	Simbol	Funkcija	Tabela istinitosti
Invertor		$Y=\overline{A}$	A Y 0 1 1 0
Bafer		$Y=(A)$	A Y 0 0 1 1
I		$Y = A \cdot B$	A B Y 0 0 0 0 1 0 1 0 0 1 1 1
ILI		$Y = A + B$	A B Y 0 0 0 0 1 1 1 0 1 1 1 1
NI		$Y=\overline{A \cdot B}$	A B Y 0 0 1 0 1 0 1 0 0 1 1 0
NILI		$Y=\overline{A + B}$	A B Y 0 0 1 0 1 1 1 0 1 1 1 0
XOR		$Y = A \oplus B$	A B Y 0 0 0 0 1 1 1 0 1

<table>
<tr><td></td><td></td><td></td><td>1 | 1 | 0</td></tr>
<tr><td>EXNILI</td><td>
</td><td>$Y = \overline{A \oplus B}$</td><td>

A	B	Y
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

</td></tr>
</table>

Jedan od bitnijih koraka u procesu sinteze kombinacionih mreža predstavlja proces minimizacije logičkih funkcija. Iako su razvijene različite metode koje imaju za cilj da minimizuju broj logičkih kola potrebnih za sintezu neke logičke funkcije, za potrebe računskih vežbi iz ovog kursa u svrhu minimizacije logičkih funkcija koristićemo metodu baziranu na Karnoovim kartama. Zbog toga, za potpuno razumevanje primera koji slede, neophodno je dobro poznavanje ove oblasti koja je odrađena na časovima predavanja.

Pored poznavanja funkcionalnosti osnovnih logičkih kola, kao i poznavanja metoda za minimizaciju logičkih funkcija, u toku izrade zadataka potrebno je poznavanje određenih algebarskih pravila koji važe u slučaju Bulove algebre. U tabeli 2 predstavljan su neka od osnovnih pravila Bulove algebre koja će biti korišćena kroz izradu zadataka.

Tabela 2 - Neka od osnovnih pravila Bulove algebre

Broj pravila	I Forma	ILI forma
1	$1 \cdot A = A$	$0 + A = A$
2	$0 \cdot A = 0$	$1 + A = 1$
3	$A \cdot A = A$	$A + A = A$
4	$A \cdot \overline{A} = 0$	$A + \overline{A} = 1$
5	$A \cdot B = B \cdot A$	$A + B = B + A$
6	$A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$	$A + (B + C) = (A + B) + C$
7	$A + B \cdot C = (A + B) \cdot (A + C)$	$A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$
8	$A \cdot (A + B) = A$	$A + A \cdot B = A$
9	$\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$	$\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$
10	A = $\overline{\overline{A}}$	

U drugom delu računskih vežbi obrađivaćemo jednu vrstu hazarda karakterističnih za sekvencijalne mreže. Ta vrsta hazarda naziva statički hazardi i manifestuje se pojavom lažnih nula i jedinica na izlazu logičkog kola. U okiru praktičnih primera predstavićemo pristup koji se može iskoristiti za uklanjanje statičkih hazarda. Međutim, treba imati u vidu da se u većini praktičnih situacija statički hazardi rešavaju korišćenjem metoda simulacije digitalnih kola.

2. Zadaci sa časova vežbi

Zadatak 2.1.

Funkciju

$$Y=(A+C+D)(\overline{A}+C+\overline{D})(B+\overline{C}) \tag{1.1}$$

realizovati u što minimalnijoj formi:

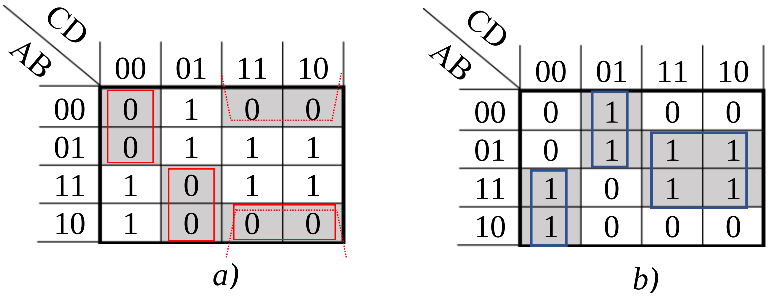
a) Korišćenjem osnovnih logičkih kola sa proizvoljnim brojem ulaza
b) Korišćenjem isključivo NI logičkih kola sa proizvoljnim brojem ulaza
c) Korišćenjem isključivo NI logičkih kola sa dva ulaza
d) Korišćenjem isključivo NILI logičkih kola sa dva ulaza

Rešenje:

a) Pošto se u okviru postavke zadatka traži realizacija u što minimalnijoj formi neophodno je izvršiti minimizaciju logičke funkcije korišćenjem nekih od dostupnih metoda za minimizaciju. U okviru ovog kursa, koristićemo metodu Karnoovih karti. Rezultat dobijen primenom ove metode garantuje minimalnost po pitanju broja logičkih kola ali i po pitanju broja ulaza.

AB \ CD	00	01	11	10
00	0	1	0	0
01	0	1	1	1
11	1	0	1	1
10	1	0	0	0

Slika 1 - Sadržaj Karnoove karte za funkciju (1.1)



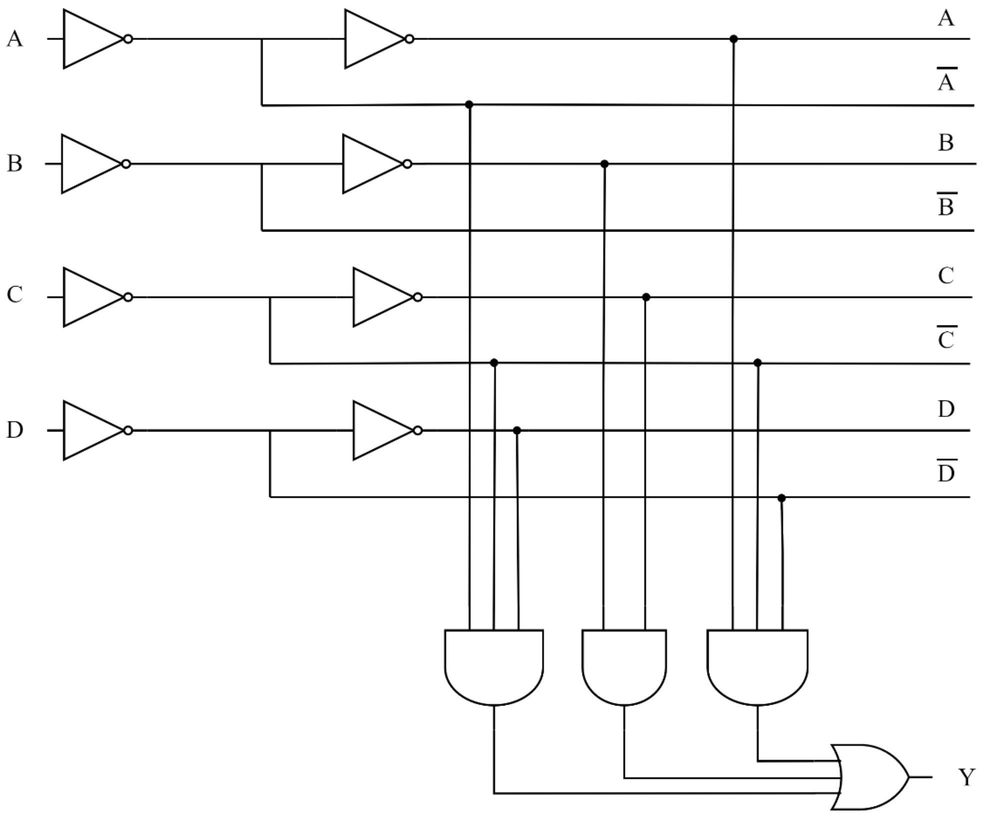
Slika 2 - Sadržaj Karnoove karte za funkciju (1.1) gde je a) označena oblast za minimizaciju u formi proizvoda zbirova b) označena oblast za minimizaiciju u formi zbira proizvoda

Nakon minimizacije dobijaju se minimalne funkcije u formi zbira proizvoda (1.1.2) i u formi proizvoda zbirova (1.1.2). Za realizaciju funkcije (1.1.1) potrebna su 3 I i 2 ILI logička kola. Isti broj kola potreban je i za realizaciju funcije (1.1.2). Dakle, obe minimalne forme daju isti broj logičkih kola.

$$Y_{MIN-ZP} = \overline{A}\,\overline{C}\,D + A\,\overline{C}\,\overline{D} + CB \tag{1.1.1}$$

$$Y_{MIN-PZ} = (A + C + D)(\overline{A} + C + \overline{D})(B + \overline{C}) \tag{1.1.2}$$

Na slici 3 je predstavljena realizacija funkcije (1.1.1)



Slika 3 - Implementacija funkcije (1.1) u formi zbira prouvoda

b) U okviru ove tačke zahtevana je implementacija funkcije (1.1) korišćenjem isključivo NI kola. Sistematski pristup za implementaciju funkcije koja sadrži isključivo NI kola podrazumeva dva koraka:

(1) Transformaciju minimalne funkcije u formi zbira proizvoda u algebarski zapis koji sadrži isključivo komplementirane proizvode
(2) Šemu koja sadrži isključivo NI kola a koja se dobija na osnovu algebarskog izraza dobijenog u koraku 1)

Korak (1) obuhvata niz transformacija koje za cilj imaju dobijanje algebarskog zapisa u kome isključivo figurišu komplementirani proizvodi. U slučaju da se zahteva realizacija isključivo korišćenjem NI kola sa *n* ulaza, proizvodi moraju sadržati tačno n činioca. U okviru ove tačke broj ulaza nije definisan tako da ne postoji ograničenje po pitanju broja dostupnih ulaza u NI logičko kolo. Kao polazni izraz, nad kojim će se vršiti dalje transformacije, koristi se forma zbira proizvoda funkcije dobijene primenom Karnoove karte. Za slučaj funkcije (1.1) polazni izraz predstavlja (1.1.1). Na osnovu pravila Bulove algebre, koji kaže da se vrednost funkcije ne menja dvostrukim komplementiranjem iste, dobijamo:

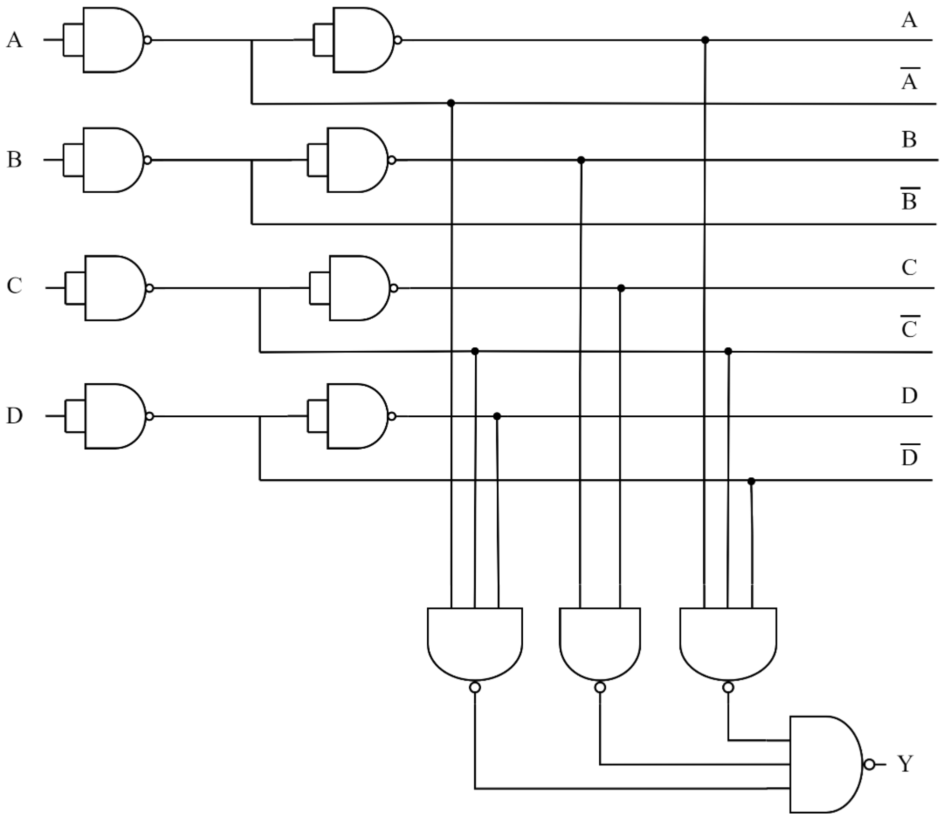
$$Y = \overline{\overline{Y}} = \overline{\overline{\bar{A}\,\bar{C}\,D + A\,\bar{C}\,\bar{D} + CB}} \qquad (1.1.3)$$

Daljim transformacija kao krajnji rezultat dobijamo:

$$Y = \overline{\overline{\bar{A}\,\bar{C}\,D} \cdot \overline{A\,\bar{C}\,\bar{D}} \cdot \overline{CB}} \qquad (1.1.4)$$

Na osnovu dobijene funkcije (1.1.4) možemo zaključiti da u njoj figurišu isključivo komplementirani proizvodi, tačnije četiri takva proizvoda (crveni – koji uključuje izraz $\overline{\bar{A}\,\bar{C}\,D}$; plavi – koji uključuje izraz $\overline{A\,\bar{C}\,\bar{D}}$; narandžasti – koji uključuje izraz $\overline{CB}$; i na kraju globalni komplement koji predstavlja celu funkciju).

Na slici 4 je predstavljena implementacija funkcije 1.1.4



Slika 4 - Implementacija funkcije (1.1) kroišćenjem isključivo NI kola sa proizvoljnim brojem ulaza

c) U okviru ove tačke se takođe zahteva realizacija funkcije (1.1) korišćenjem isključivo dvoulazna NI kola, ali za raliku od prethodne tačke, zahteva se korišćenje isključivo dvoulaznih NI kola. Koraci (1) i (2) su identični kao u prethodnoj tački što podrazumeva da i ovde polazimo od algebarskog zapisa funkcije (1.1) u formi zbira proizvoda (1.1.1.). Nakon niza transformacija (1.1.5-1.1.8) dobijamo krajnji izraz (1.1.9).

$$Y = \overline{C}\,(\overline{A}\,D + A\,\overline{D}) + CB \tag{1.1.5}$$

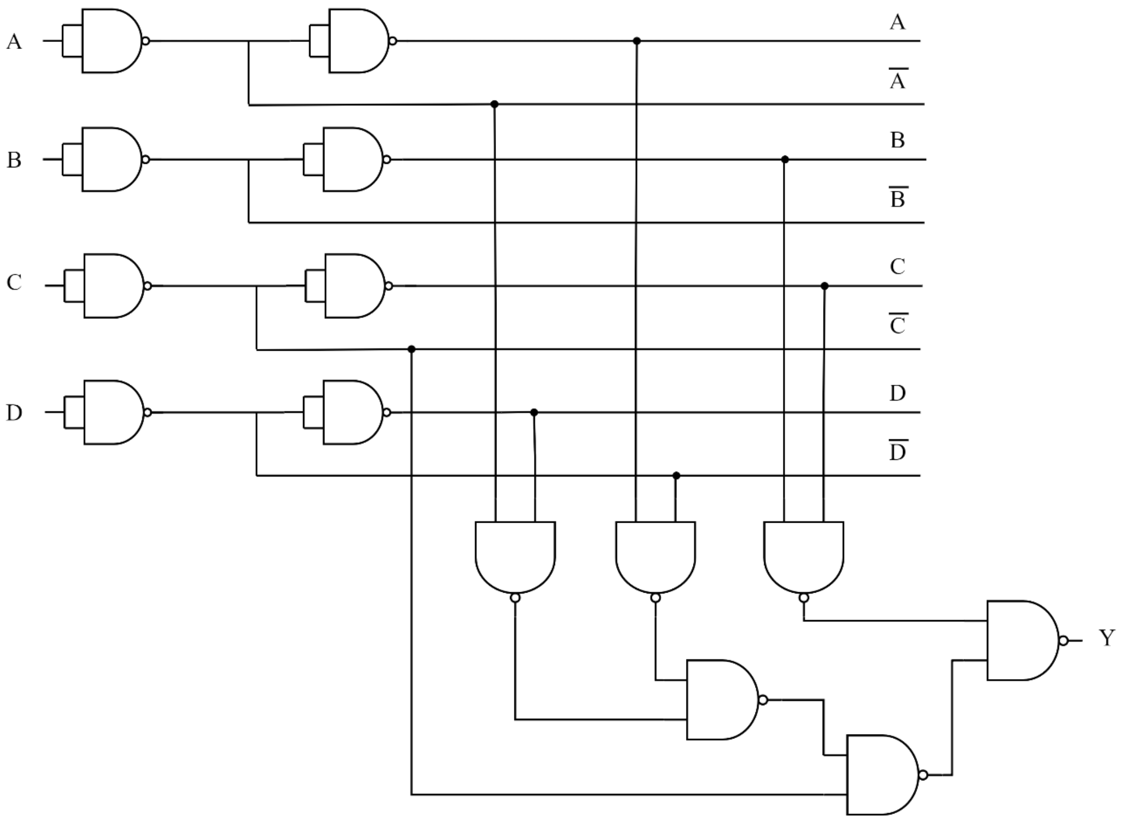
$$Y = \overline{\overline{Y}} = \overline{\overline{\overline{C}\,(\overline{A}\,D + A\,\overline{D}) + CB}} \tag{1.1.6}$$

$$Y = \overline{\overline{\overline{C}\,(\overline{A}\,D + A\,\overline{D})} \cdot \overline{CB}} \tag{1.1.7}$$

$$Y = \overline{\overline{C}\,\overline{\overline{(\overline{A}\,D + A\,\overline{D})}}} \cdot \overline{CB} \tag{1.1.8}$$

$$Y = \overline{\overline{\overline{C}\,(\overline{\overline{\overline{A}\,D} \cdot \overline{A\,\overline{D}}})} \cdot \overline{CB}} \tag{1.1.9}$$

Na slici 5 je predstavljena implementacija funkcije 1.1.9



Slika 5 - Implementacija funkcije (1.1) korišćenjem isključivo dvoulaznih NI kola

d) U okviru ove tačke zahtevana je implementacija funkcije (1.1) korišćenjem isključivo dvoulaznih NILI kola. Sistematski pristup za implementaciju funkcije koja sadrži isključivo dvoulazna NILI kola podrazumeva sledeća dva koraka:

(3) Transformaciju minimalne funkcije u formi proizvoda zbirova u algebarski zapis koji sadrži isključivo komplementirane zbirove

(4) Šemu koja sadrži isključivo NILI kola a koja se dobija na osnovu algebarskog izraza dobijenog u koraku 1)

Korak (1) obuhvata niz transformacija koje za cilj imaju dobijanje algebarskog zapisa u kome isključivo figurišu komplementirani zbirovi sa tačno dva sabirka. Kao polazni izraz, nad kojim će se vršiti dalje transformacije, koristi se forma proizvoda zbirova funkcije dobijene primenom Karnoove karte. Za slučaj funkcije (1.1) polazni izraz predstavlja (1.1.2).

$$Y = (C + A + D)(C + \overline{A} + \overline{D})(B + \overline{C}) \tag{1.1.10}$$

Na osnovu primena pravila 7 Bulove algebre definisanog u Tabeli 2 moguće je transformisati 1.1.10 u 1.1.11

$$Y = \ (C + (A + D)(\overline{A} + \overline{D}))(B + \overline{C}) \tag{1.1.11}$$

Duplim komplementiranje izraza 1.11 dobija se

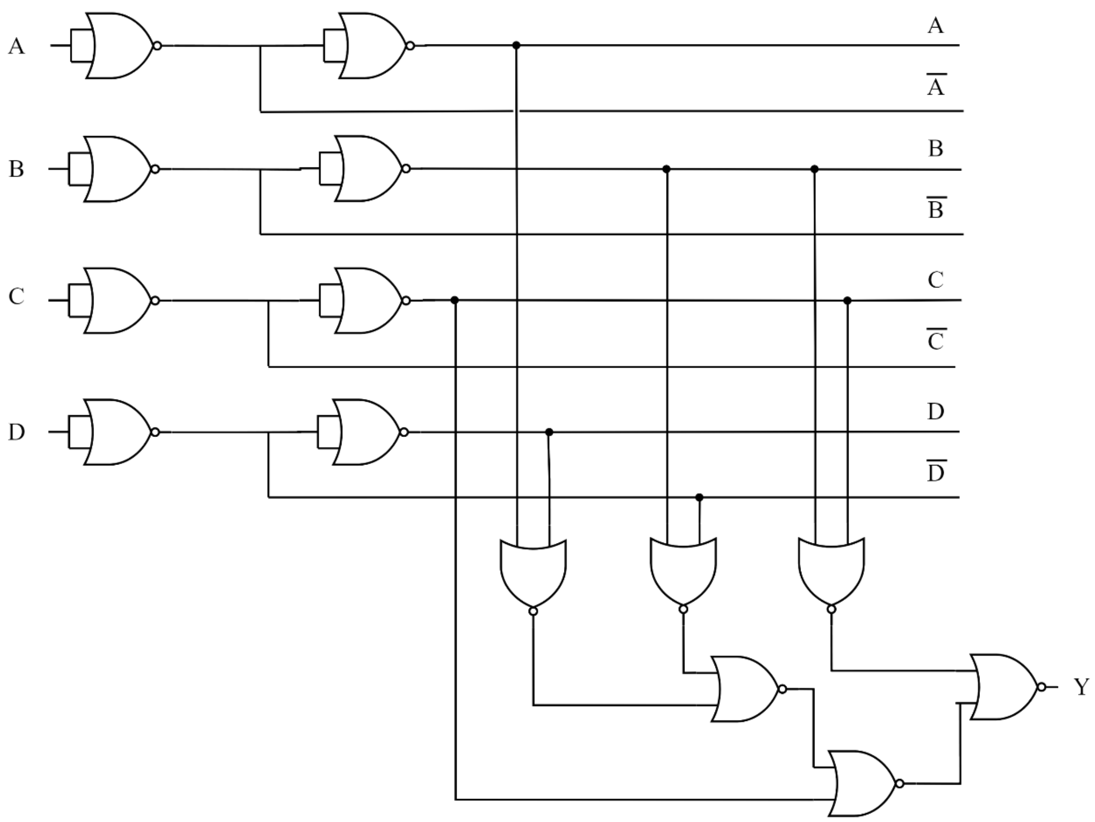
$$Y = \ \overline{\overline{Y}} = \ \overline{\overline{(C + (A + D)(\overline{A} + \overline{D}))(B + \overline{C})}} \tag{1.1.12}$$

$$Y = \overline{\overline{(C + (A + D)(\overline{A} + \overline{D}))} + \overline{(B + \overline{C})}} \tag{1.1.13}$$

$$Y = \overline{\overline{(C + \overline{\overline{(A + D) \cdot (\overline{A} + \overline{D})}})} + \overline{(B + \overline{C})}} \tag{1.1.14}$$

$$Y = \overline{\overline{(C + \overline{\overline{(A + D)} + \overline{(\overline{A} + \overline{D})}})} + \overline{(B + \overline{C})}} \tag{1.1.15}$$

Na slici 5 je predstavljena implementacija funkcije 1.1.15



Slika 6 - Implementacija funkcije (1.1) korišćenjem isključivo dvoulaznih NILI kola

Zadatak 2.2.

a) Odrediti funkcionalnu tabelu za funkciju Z = *f* (*A,B,C,D*) gde je Z jednako 1 kada u zapisu četvorobitnog broja ABCD postoje barem dve susedne nule dok je u suprotnom Z jednako 0 (na primer kada je ABCD=0000 tada je Z = 1 dok kada je ABCD=0101 tada je Z = 0).

b) Projektovati kombinacionu mrežu koja realizuje funkciju Z ukoliko su dostupna logička kola proizvoljnog tipa

Napomena: Težiti da broj upotrebljenih logičkih kola bude minimalan

---

Rešenje:

a) Sadržaj funkcionalne tabele za funkciju Z je:

Tabela 3 - Funkcionalna tabela logičke funkcije Z iz zadatka 2

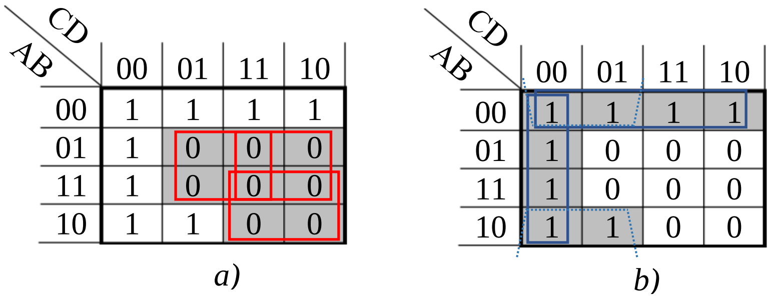
A	B	C	D	Z
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

b) Pošto se postavkom zadatka zahteva da broj upotrebljenih kola bude minimalan, realizaciju ove logičke funkcije potrebno je započeti korišćenjem metode minimizacije

AB \ CD	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01	1	0	0	0
11	1	0	0	0
10	1	1	0	0

Slika 7 – Sadržaj Karnoove karte za logičku funkciju Z bazirane na upotrebi Karnoovih karti. Sadržaj Karnove karte za funkcionalnu tabelu iz prethodne tačke je prikazan na slici 7.

Funkciju Z ćemo najpre izraziti u oba forme (ZP I PZ) a zatim ćemo analizom utvrditi koja forma zahteva manji broj logičkih kola.



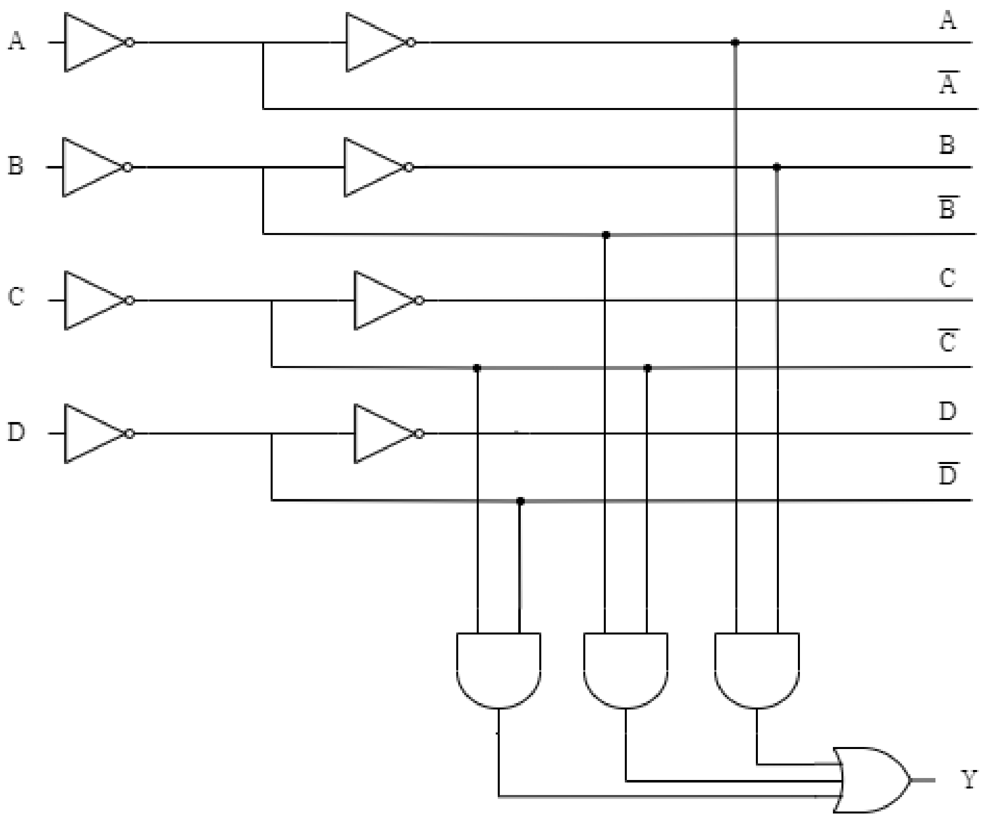
Slika 8 - Sadržaj Karnoove karte za funkciju Z gde je a) označena oblast za minimizaciju u formi proizvoda zbirova b) označena oblast za minimizaiciju u formi zbira proizvoda

Na osnovu slike slike 8 dobijamo sledeće funkcije:

$$Y_{MIN-ZP} = \overline{C}\,\overline{D} + \overline{A}\,\overline{B} + \overline{B}\,\overline{C} \tag{1.1.16}$$

$$Y_{MIN-PZ} = (\overline{C} + \overline{B})(\overline{D} + \overline{B})(\overline{A} + \overline{C}) \tag{1.1.17}$$

Na osnovu dobijenih logičkih funkcija možemo zaključiti da je isti broj logičkih kola potreban za realizaciju obe forme logičke funkcije Z. Na slici 9 je prikazana implementacija funkcije 1.1.16.



Slika 9 - Implementacija funkcije Z korišćenjem forme ZP

Zadatak 2.3

Projektovati kombinacionu mrežu koja realizuje izlaz C($C_3C_2C_1C_0$) = A(A_1A_0) · B(B_1B_0), gde su A i B neoznačeni binarni brojevi. Kombinacionu mrežu je potrebno realizovati korišćenjem minimalnog broja osnovnih logičkih kola sa proizvoljnim brojem ulaza.

Rešenje:

Prvi korak u rešavanju ovog zadatka predstavlja kreiranje sadržaja funkcionalne (Tabela 4) koja opisuje funkciju C

Tabela 4 – Funkcionalna tabela logičke funkcije C

A_1	A_0	B_1	B_0	C_3	C_2	C_1	C_0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0	0	1
0	1	1	0	0	0	1	0
0	1	1	1	0	0	1	1
1	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0	1	0
1	0	1	0	0	1	0	0
1	0	1	1	0	1	1	0
1	1	0	0	0	0	0	0
1	1	0	1	0	0	1	1
1	1	1	0	0	1	1	0
1	1	1	1	1	0	0	1

Nakon kreiranja funkcionalne, primenom metode optimizacije bazirane na Karnoovim kartama, potrebno je realizovati minimalnu funkciju ua svaki od izlaznih signala. Sadržaj Karnoovih karti za svaki od izlaznih signala je prikazan na slici 10.

AB \ CD	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	0	0	0
11	0	0	1	0
10	0	0	0	0

a)

AB \ CD	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	0	0	0
11	0	0	0	1
10	0	0	1	1

b)

AB \ CD	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	0	1	1
11	0	1	0	1
10	0	1	1	0

c)

AB \ CD	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	1	1	0
11	0	1	1	0
10	0	0	0	0

d)

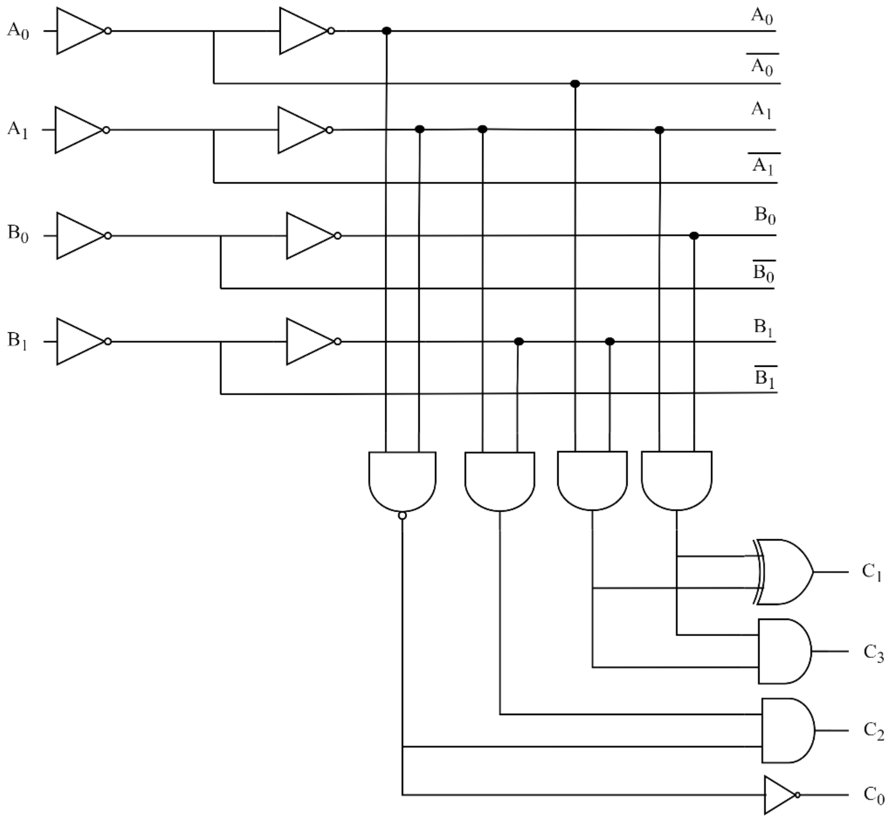
Slika 10 - Sadržaj Karnoovih karti za izlazne signale a) C_1, b) C_2, c) C_3 i d) C_4

Na osnovu sadržaja Karnoovih karti, prikazanog na slici 10, moguće je realizovati svaku od izlaznih funkcija. U tabeli je predstavljen proces izvođenja funkcija kao i krajnji rezultati.

Tabela 5 – Funkcije izlaznih signala

Funkcije izlaznih signala			
C_0 =	C_1 =	C_2 =	C_3 =
A_0B_0	$A_1\overline{B_1}B_0 + \overline{A_0}A_1B_0 + A_0\overline{A_1}B_1 + A_0\overline{B_0}B_1$	$A_1\overline{B_0}B_1 + \overline{A_0}A_1B_1$	$A_0A_1B_0B_1$
	$A_1\overline{B_1}B_0 + \overline{A_0}A_1B_0 + A_0\overline{A_1}B_1 + A_0\overline{B_0}B_1$	$A_1B_1(\overline{B_0} + \overline{A_0})$	
	$A_1B_0\left(\overline{B_1} + \overline{A_0}\right) + A_0B_1\left(\overline{B_0} + \overline{A_1}\right)$	$A_1B_1\overline{A_0B_0}$	
	$A_1B_0\overline{A_0B_1} + A_0B_1\overline{A_1B_0}$		
	$A_1B_0 \oplus A_0B_1$		

Na slici 11 je predstavljena implementacija funkcije C.

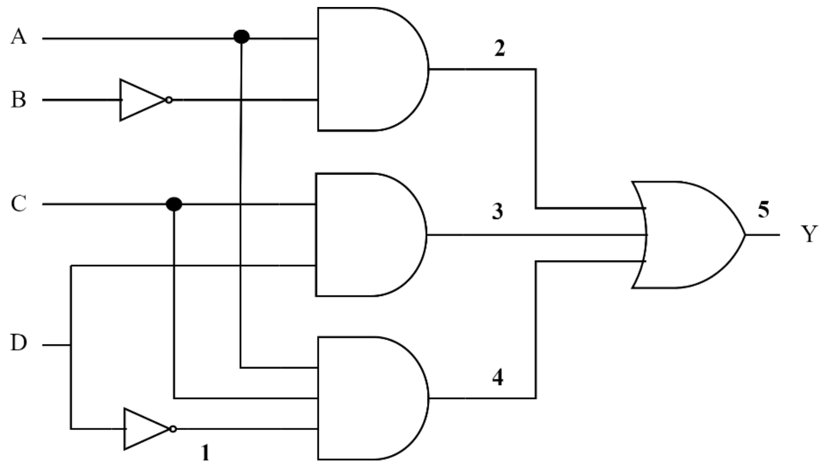


Slika 11 - Implementacije funkcije C

Zadatak 2.4.

Za kolo predstavljeno na slici 12:

a) Odrediti logičku funkciju
b) Nacrtati vremenski dijagam prelaza ABCD: 1111 → 1110 za signale D, 1, 2, 3, 4 i 5 ako je kašnjene svakog logičkog kola jednako T. Komentarisati dobijene vremenske dijagrame.
c) Predložiti realizaciju koja rešava probleme uočene pod b)



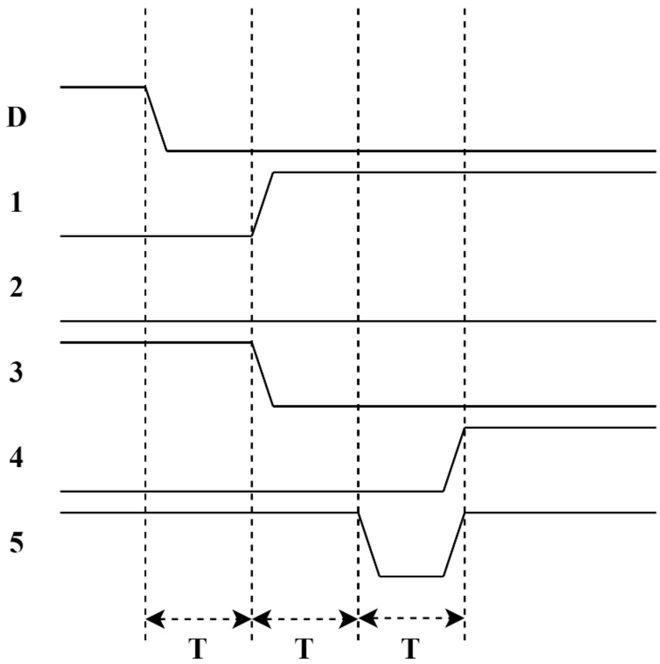
Slika 12 - Šema logičkog kola uz zadatak 5

Rešenje:

a) Logička funkcija kojom se opisuje kolo prikazano na slici je:

$$Y = A\,\overline{B} + C\,D + A\,C\,\overline{D} \tag{1.1.28}$$

b) Vremenski dijagram prelaza ABCD: 1111 → 1110 je prikazan na slici 13



Slika 13 - Vremenski dijagram prelaza ABCD za logičko kolo sa slike 22

Ako posmatramo vrednost funkcije definise relacijom 1.1.28 videćemo da za obe kombinacije ulaza ABCD = 1111 i ABCD = 1110 dobijamo istu vrednost. Međutim, uvidom u vremenski dijagram možemo uočiti da postoji jedan vremenski interval, jednak kašnjenju logičkog kola, u okviru koga vrednost izlaza (signal 5) postaje jednak logičkoj nuli. Takvo ponašanje nije poželjno u logičkim kolima koje realizujemo jer se potencijalno može degradirati funkcionalnost ostatka digitalnog sistema koji koristi takvu realizaciju. Zbog toga se postavlja pitanje kako rešiti uočeni poroblem u ovom konkretnom slučaju i još mnogo bitnije pitanje, kako uopšteno detektovati da postoji problem u nekom kolu a zatim ga sistematično rešavati?

Na putu do odgovora na postavljena pitanja, potrebno je analizirati sadržaj Karnoove karte kao i odgovarajućih oblasti koje u toj Karnoovoj karti pokriva funkcija 1.1.28. Na slici 14 je predstavljen sadržaj Karnoove karte sa naznačenim odgovarajućim oblastima

AB \ CD	00	01	11	10
00	0	0	1	0
01	0	0	1	0
11	0	0	1	1
10	1	1	1	1

Slika 14 - Karnoova karta sa označenim oblastima koje odgovaraju logičkoj funkciji 1.1.28

Na osnovu sadržaja Karnoove karte ali i prikazanih oblasti možemo uočiti da se posmatrani prelaz, koji dovodi do pojave logičke nule, nalazi između dve nepreklopljene oblasti u Karnoovoj karti. U opštem slučaju se ovaj problem naziva problem lažne nule (ili lažne jedinice za slučaj funkcije izražene koristeću formu PZ) a javlja se, kao i uvom konkretnom slučaju, pri prelazima iz oblasti u Karnoovoj karti koje nisu preklopljene. U opštem slučaju problem pojave lažne nule (ili lažne jedinice za slučaj funkcije izražene koristeću formu PZ) se može javiti u oba smera.

Za samostalni rad: Nacrtati vremenske dijagrame za prelaz ABCD: 1110 → 1111

c) Jedan od načina za rešavanje ovog problema predstavlja preklapanje prelaza koje potencijalno može dovesti do pojave lažne nule ili lažne jedinice. Za slučaj u ovom zadatku dobijamo oblasti kao što je prikazano na slici 15:

AB \ CD	00	01	11	10
00	0	0	1	0
01	0	0	1	0
11	0	0	1	1
10	1	1	1	1

Slika 15 - Karnoova karta sa označenim oblastima koje odgovaraju logičkoj funkciji 1.1.28

Na osnovu Karnoove karte sa slike 15, izvodimo sledeću funkciju

$$Y = A\,\overline{B} + C\,D + A\,C \qquad (1.1.29)$$

Za samostalni rad: Nacrtati vremenske dijagrame za funkciju 1.1.29 za prelaz ABCD: 1111 → 1110

Poređenjem funkcija 1.1.29 i 1.1.28 možemo zaključiti da je primena metode rešavanja statičkog hazarda (pojava lažne nule ili lažne jedinice) u ovom konkretnom slučaju doprinela i dodatnoj minimizaciji logičke funkcije 1.1.28 što ne mora uvek biti slučaj.

Zadatak 2.5

Data je logička funkcija

$$Y = \overline{A}\,\overline{C} + C\,D + \overline{D}\,B\,C \tag{1.1.30}$$

a) Odrediti pri kojim prelazima postoji mogućnost generisanja lažnih nula na izlazu kola.
b) Predstaviti funkciju 1.1.30 u minimalnoj formi
c) Ukoliko u realizaciji b) postoji mogućnost generisanja lažnih nula, modifikovati funkciju tako da se to spreči

---

Rešenje:

a) Na slici 16 je prikazan sadržaj Karnoove karte za funkciju 1.1.30

AB \ CD	00	01	11	10
00	1	1	1	0
01	1	1	1	1
11	0	0	1	1
10	0	0	1	0

Slika 16 - Sadržaj Karnoove karte sa naznačenim oblastima za funkciju 1.1.30

Na osnovu obeleženih kontura koje odgovaraju pojedinačnim logičkim proizvodima iz logičke funkcije 1.1.30, vidimo da funkcija nije data u minimalnoj formi. Takođe, uočavamo potencijalne prelaze koji mogu dovesti do generisanja lažne nule na izlazu kola. To su svi prelazi između dve susedne konture, koji se mogu desiti pri promeni najviše jednog od ulaznih signala. Na slici 27 su ovi prelazi označeni parom strelica na levu i desnu stranu. Prema tabeli sa slike 16 uočavamo da postoji ukupno 10 prelaza koji mogu dovesti do pojave lažne nule na izlazu kola. Kao što je obeleženo u Karnoovoj karti na slici 16, polja ABCD = 0100 i ABCD = 0110 predstavljaju susedna polja u Karnoovoj karti.

b) Na slici 17 je predstavljen sadržaj Karnoove karte sa označenim oblastima za slučaj minimalne forme funkcije 1.1.30.

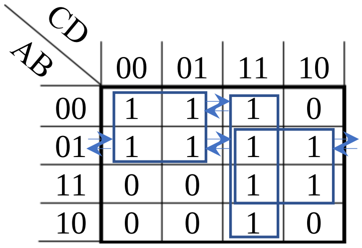
AB \ CD	00	01	11	10
00	1	1	1	0
01	1	1	1	1
11	0	0	1	1
10	0	0	1	0

Slika 17 - Sadržaj Karnoove karte za slučaj minimalne forme funkcije 1.1.30

Na osnovu slike 17 dobijamo funkciju 1.1.30 u minimalnoj formi

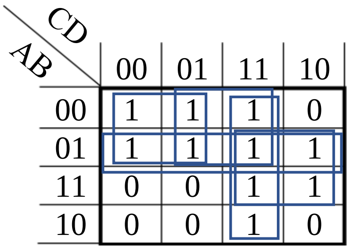
$$Y = \overline{A}\,\overline{C} + C\,D + B\,C \tag{1.1.31}$$

Kao što se sa slike 17 može primetiti, minimalna forma funkcije i dalje sadrži prelaze koji potencijalno mogu uzrokovati pojavu lažnih nula i jedinica. Ti prelazi su označeni na slici 18.



Slika 18 - Sadržaj Karnoove karte za slučaj minimalne forme funkcije 1.1.30 sa označenim prelazima koji mogu uzrokovati pojavu lažnih nula

c) Na slici 19 je prikazana Karnoova karta sa naznačenim oblastima koje omogućavaju realizaciju funkcije u formi koja neće dovesti do generisanja lažnih nula.



Slika 19 - Sadržaj Karnoove karte za slučaj minimalne forme funkcije 1.1.30

Na osnovu Karnoove karte, prikazane na slici 30, moguće je izvesti sledeći zapis funkcije 1.1.30:

$$Y = \overline{A}\,\overline{C} + C\,D + B\,C + \overline{A}\,B + \overline{A}\,D \qquad (1.1.32)$$

Dakle, polazeći od funkcije 1.1.30 najpre smo u tački b) izveli izraz koji predstavlja funkciju 1.1.30 u minimalnoj formi. Međutim tako dobijena forma je i dalje potencijalno generisala lažne nule. Da bi smo sprečili generisanje lažnih nula, na osnovu preklapanja oblasti u Karnoovoj karti dobili smo formu 1.1.32. Za razliku od 1.1.31, forma predstavljena u okviru 1.1.32 sadrži veći broj logičkih kola ali sprečava pojavu lažnih nula.

Zadatak 2.6.

Data je logička funkcija

$$Y = \overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D} + A\,\overline{C}\,D + \overline{A}\,C\,\overline{D} \qquad (1.1.33)$$

u formi zbira logičkih proizvoda:

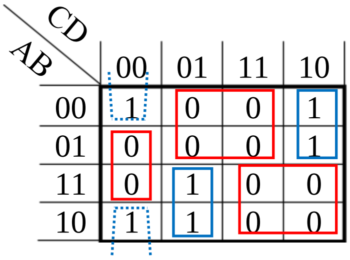
a) Logičku funkciju 1.1.33. predstaviti u formi proizvoda logičkih zbirova. Da li, i pri kojim prelazima, postoji mogućnost generisanja lažnih jedinica na izlazu kola?

b) Modifikovati logičku funkciju tako da ne postoji mogućnost generisanja lažnih jedinica

---

Rešenje:

a) Na slici 20 je predstavljen sadržaj Karnoove karte dobijen na osnovu funkcije 1.1.33

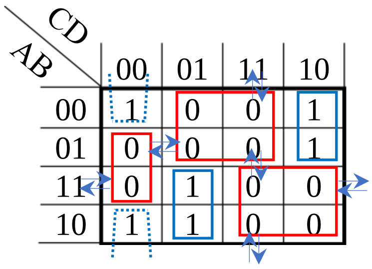


Slika 20 – Sadržaj Karnoove karte za logičku funkciju 1.1.33

Na osnovu Karnoove karte prikazane na slici 20, određujemo logičku funkciju izlaza kola u minimalnoj formi u obliku proizvoda logičkih zbirova:

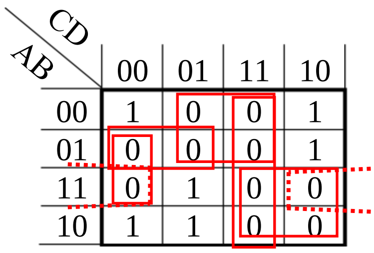
$$Y = (\overline{B} + C + D)(A + \overline{D})(\overline{A} + \overline{C}) \tag{1.1.34}$$

Sa slike 20 uočavamo da logička funkcija 1.1.34 u traženom obliku ima više potencijalno opasnih prelaza u pogledu pojave statičkih hazarda, odnosno generisanja lažne jedinice na izlazu kola, u odnosu na realizaciju mreže u obliku zbira logičkih proizvoda. Na slici 21 su obeleženi svi prelazi koji mogu dovesti do pojave lažnih jedinica



Slika 21 - Karnoova karta funkcije 1.1.33 sa naznačenim prelazima koji dovode do pojave lažne jedinice

b) Nova forma funkcije 1.1.33 koja ne dovodi do pojave lažnih jedinica dobija se na osnovu Karnoove karte prikazane na slici 22



Slika 22 - Karnoova karta funkcije 1.1.33 sa naznačenim prelazima koji dovode do pojave lažne jedinice

Na osnovu Karnoove karte prikazane na slici 22 izvodimo sledeću funkciju

$$Y = (\overline{B} + C + D)(A + \overline{D})(\overline{A} + \overline{C})(\overline{C} + \overline{D})(A + \overline{B} + C)(\overline{A} + \overline{B} + D) \tag{1.1.35}$$

3. Zadaci za samostalni rad

Zadatak 3.1.

Projektovati kombinacionu mrežu koja na ulazima prihvata dva dvobitna neoznačena binarna broja, a na izlazima generiše brinarni broj koji predstavlja zbir kvadrata ulaznih brojeva. Na raspolaganju su proizvoljna logička kola niskog stepena integracije. Težiti da broj upotrebljenih logičkih kola bude minimalan.

Zadatak 3.2.

Projektovati kombinacionu mrežu koja za četvorobitni binarni broj na ulazu generiše brinarni broj koji predstavlja broj pojavljivanja jedinice u ulaznom binarnom broju. Na raspolaganju su proizvoljna logička kola. Težiti da broj upotrebljenih logičkih kola bude minimalan.